

## ZWEISTRAHL-INTERFEROMETER



Experimentieranleitung von Prof. Dr. F. Mohr Fachhochschule Hildesheim-Holzminden Fachbereich Physik-, Meß- und Feinwerktechnik



## **ZWEISTRAHL-INTERFEROMETER**

1 Einleitung	3
2 Grundlagen	3
2.1 Die Wellennatur des Lichts	3
2.2 Phasengeschwindigkeit und Brechungsindex	4
2.3 Komplexe Darstellung der Feldstärke	4
2.4 Die Intensität	5
3 Interferenz	5
3.1 Grundlagen der Zweistrahlinterferenz	5
3.2 Interferenzstreifen und Interferenzringe	6
3.3 Interferenz mit monochromatischem und mit breitbandigem Licht	8
4 Interferometer	9
4.1 Vom Mach-Zehnder- zum Michelson-Interferometer	9
4.2 Vom Michelson- zum Twyman-Green-Interferometer	10
5 Anwendungsbeispiele	10
5.1 Das Aufbaukonzept	10
5.2 Grundversuche mit dem Michelson-Interferometeraufbau	11
5.2.1 Erste Einstellungen	11
5.2.2 Interferometrische Messung der thermischen Dehnung eines Probekörpers	12
5.3 Mach-Zehnder-Interferometer	12
5.3.1 Umbau zum Mach-Zehnder-Interferometer	12
5.3.2 Brechungsindexmessung mit dem Mach-Zehnder-Interferometer	12
5.4 Prüfung von Glasplatten mit dem Twyman-Green-Interferometer	13
6 Literaturverzeichnis	13
7 Baugruppen- und Gesamtabbildungen Zweistrahl-Interferometer	14
7.1 Baugruppen Zweistrahl-Interferometer	14
7.2 Abbildung Zweistrahl-Interferometer	14
7.3 Gesamtaufbau Zweistrahl-Interferometer	15
8 Einzelteile	16

## 1 Einleitung

Viele physikalische Vorgänge können als Wellen beschrieben werden. Beispiele sind die Ausbreitung von Radiowellen und die Beschreibung der Lichtausbreitung in Form optischer Wellen. Bei der Überlagerung von Wellen beobachtet man das Phänomen der Interferenz. Diese stellt gelegentlich einen störenden, die gewünschte Beobachtung beeinträchtigenden Effekt dar; meist aber führt man sie gezielt herbei, um mit ihrer Hilfe hochgenaue Messungen durchzuführen von physikalischen Größen, die sich in eine Wegdifferenz mehrerer (hier: zweier) Lichtstrahlen umsetzen lassen. Beispiele dafür sind Wege, Winkel, Geschwindigkeit, geometrische Form bzw. Ebenheit sowie viele Größen, die sich darauf zurückführen lassen. Dabei stellt die Wellenlänge der verwendeten Strahlung das Vergleichsnormal dar.

In einer Umkehrung der Meßphilosophie läßt sich ein Interferometer mit bekannten geometrischen Daten auch als eine Anordnung zur Bestimmung der Wellenlänge einer Strahlungsquelle bzw. zur genauen Analyse ihrer spektralen Eigenschaften benutzen.

Die aus Komponenten der Mikrobank bestehende Interferometeranordnung kann gleichermaßen zum Studium der Grundlagen der Zweistrahlinterferenz wie auch zur Durchführung anspruchsvoller Messungen - ggfs. nach geeigneten Erweiterungen - benutzt werden.

Im folgenden werden die Grundlagen der Zweistrahlinterferometrie dargestellt, es werden die Hauptbauformen von Zweistrahlinterferometern besprochen, wie sie mit dem aus Komponenten der Mikrobank erstellten Grundaufbau realisiert werden können, und schließlich wird auf mögliche Anwendungen eingegangen.

## 2 Grundlagen

## 2.1 Die Wellennatur des Lichts

Interferenzphänomene bauen auf der Wellennatur des Lichtes auf. Zur bildlichen Verdeutlichung des Begriffs ist in Abb. 1 der aus einem Laser austretende Lichtstrahl als eine Welle dargestellt. Anders jedoch als bei einer Wellenbewegung auf der Oberfläche von Flüssigkeiten oder Festkörpern (der die Darstellung nachempfunden wurde) bewegt sich bei Licht nichts Körperliches; vielmehr ist es



hier das elektromagnetische Feld im von der Lichtwelle durchstrahlten Raumbereich, das sich im Zeitverlauf wellenförmig ändert.

In der Physik versteht man unter einer Welle eine Anregung, die sich in Ausbreitungsrichtung z fortpflanzt, im hier vorliegenden Fall etwa nach dem Gesetz

$$E=E(z,t)=\hat{E}\cos(kz\cdot\omega t).$$
(1)

E ist die elektrische Feldstärke ( $\hat{E}$  bezeichnet deren Amplitude), z ist die Ortskoordinate, t die Zeit. Zu k und  $\omega$  s.u. Die wellenförmige Feldausbreitung soll nochmals anhand von Abb. 2 verdeutlicht werden. Dort ist in den Abb. a...c (nun in Seitenansicht) der Feldverlauf nach Gleichung (1) des aus der Lichtquelle austretenden Lichtstrahls für drei aufeinanderfolgende Zeitpunkte dargestellt. Man erkennt, wie sich mit zunehmender Zeit Wellenberge von der Lichtquelle lösen und in positiver z-Richtung entfernen.

Macht man nicht, wie in a...c geschehen, Momentaufnahmen der räumlichen Feldverteilung zu verschiedenen diskreten Zeitpunkten, sondern beobachtet man an einem festen Ort (in den Teilabbildungen a...c markiert mit den Symbolen 1,2,3) die über der Zeit dort "vorbeilaufende" Feldstärke E, so ergibt sich eine zeitliche Änderung ebenfalls mit dem Charakter einer Winkelfunktion (Abb. 2d).

Deren Periodendauer ist

$$T=1/\omega=2\pi/\nu \tag{2a}$$



v ist die optische Frequenz;  $\omega$  wird als Kreisfrequenz bezeichnet. v liegt in der Größenordnung von 10<sup>14</sup> Hz. Ein optischer Detektor ist nicht in der Lage, diesen hohen Frequenzen zu folgen; er gibt somit nur den zeitlichen Mittelwert der optischen Leistung wieder, siehe Kap. 2.4.

Die Periodizität im Ortsraum wird durch die Wellenlänge  $\lambda$  ausgedrückt, die mit der oben verwendeten Ausbreitungskonstanten k über die Beziehung zusammenhängt

 $k=2\pi/\lambda$ . (2b)

#### 2.2 Phasengeschwindigkeit und Brechungsindex

In Gleichung (1) stellt das Argument der Kosinusfunktion

$$kz-\omega t=\phi_m(z,t)$$
 (3a)

den momentanen Phasenwinkel der Welle dar. Einen Punkt konstanter Erregung der Welle kann man während seiner Ausbreitung längs der z-Achse verfolgen, indem man den z-t-Zusammenhang nach Gleichung (3a) für den ihn charakterisierenden Phasenwert auswertet. So gilt etwa für einen Wellenberg  $\phi_m$ =0 (hier wird der Kosinus maximal) und damit

Die Auflösung nach der Ortskoordinate zeigt, daß sich der Wellenberg mit der Zeit nach dem Gesetz

$$z = \frac{\omega}{k} t$$
 (4)

fortpflanzt. Seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist also

$$c = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k} = \lambda \cdot \nu \,. \tag{5a}$$

Die Größe c wird , da sie die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer bestimmten Phase (hier  $\phi_m$ =0) kennzeichnet, als Phasengeschwindigkeit bezeichnet. Dieses Ergebnis ist natürlich nicht an den speziellen Phasenwert  $\phi_m$ =0 gebunden, sondern folgt genauso für einen beliebig angenommenen Wert von  $\phi_m$ . Häufig spricht man anstelle von Phasengeschwindigkeit vereinfachend von der Lichtgeschwindigkeit.

Der zeitunabhängige Term im Ausdruck (1) wird auch als Nullphase (Phase zum Zeitpunkt t=0, also:  $\phi_0$ ) oder meist, wiederum vereinfachend, als Phase  $\phi$  der Welle bezeichnet. Man schreibt:

Die Theorie der elektromagnetischen Felder zeigt, daß die Phasengeschwindigkeit eine vom durchstrahlten Material abhängige Größe ist. Gleichung (5a) gilt demnach nur im Vakuum und muß im Medium um einen das Material charakterisierenden Faktor ergänzt werden: die optische Brechzahl n. Damit gilt in Erweiterung von (5a), wenn man durch den Index n auf das Medium mit der Brechzahl n hinweist,

$$c_n = \frac{c}{n} = \frac{\omega}{n \cdot k_0} = \frac{\lambda_0}{n} \cdot \nu.$$
 (5b)

Da die Schwingungsfrequenz der optischen Welle sicher nicht vom durchstrahlten Medium abhängen kann - sie wurde schon beim Entstehen der Strahlung in der Quelle festgelegt - , folgt aus (5b) durch Vergleich mit (5a), daß Ausbreitungskonstante und Wellenlänge im Medium die Werte annehmen

$$k = n \cdot k_0$$
 und  $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ . (7a, 7b)

Für die in (6) eingeführte Nullphase  $\phi$  hat man also zur Berücksichtigung der Materialeigenschaften zu setzen

$$\phi = nk_0 \cdot z = 2\pi \cdot \frac{n}{\lambda_0} \cdot z.$$
(8)

Somit hängt die Phase  $\phi$  einer Lichtwelle, die einen Raumbereich vorgegebener Längsausdehnung z durchquert hat, neben dem Maß z auch vom Brechungsindex n des durchstrahlten Mediums ab. Diese Erkenntnis macht man sich u. a. bei der Bestimmung der Brechzahl in der interferometrischen Refraktometrie zunutze.

#### 2.3 Komplexe Darstellung der Feldstärke

Die Darstellung der Ausbreitung einer Lichtwelle gelang bis hierhin mittels einfacher Winkelfunktionen (Gleichung (1)). Es zeigt sich jedoch, daß dies bei umfangreicheren Rechnungen zu sehr unhandlichen Ausdrücken führen kann. Wesentlich eleganter zu handhabende mathematische Beziehungen liefert der Übergang zur komplexen Schreibweise. Danach kann Gleichung (1) auch geschrieben werden

$$E = \hat{E} \cdot Re \left\{ e^{-i(\omega t - kz)} \right\}.$$
(9)

Allgemein bezeichnet man mit Re{ $\chi$ } den Realteil einer komplexen Funktion  $\chi$ , im vorliegenden Fall bedeutet also Re{ $e^{-i(\omega t-kz)}$ }=Re{cos( $\omega t-kz$ )-i sin( $\omega t-kz$ )}

 $=\cos(\omega t - kz)$ . Bei der Beschreibung von Wellenphänomenen wird üblicherweise die Notation nach (9) benutzt; dabei wird aber 'Re' weggelassen unter der stillschweigenden Vereinbarung, daß das Feld durch den Realteil beschrieben wird. Ein Vorteil einer solchen komplexen Darstellung ist, daß die räumlichen und die zeitlichen Anteile getrennt geschrieben werden können:

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{E}} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{j}\mathbf{k}\mathbf{z}} \cdot \mathbf{e}^{-\mathbf{i}\,\boldsymbol{\omega}\,\dagger} = \hat{\mathbf{E}} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{j}\boldsymbol{\phi}} \cdot \mathbf{e}^{-\mathbf{i}\,\boldsymbol{\omega}\,\dagger} \,. \tag{10}$$

Nach dem Gesagten ist die Form (10) äquivalent zu (1).

### 2.4 Die Intensität

Bei der Registrierung von Lichtwellen ist man mit einer Tatsache konfrontiert, die so bei niedrigeren Frequenzen, z.B. Radiowellen, nicht auftritt: Es gibt keine Medien, die ein direktes Erfassen der Feldstärke E ermöglichen. Die Darstellung des zeitlichen Verlaufs der Feldstärke E am Ort des Detektors in Abb. 3 hat also rein theoretischen Charakter. Noch mehr gilt das für den darunter gezeichneten Augenblickswert der Lichtleistung P, die mit der doppelten Frequenz  $2\omega$  oszilliert.



Alle in Frage kommenden Detektoren, z. B. das Auge, Photodioden, Photomultiplierröhren, fotografische Filme etc., registrieren lediglich den zeitlichen Mittelwert der einfallenden optischen Leistung P. Nicht diese ist jedoch die Rechengröße, mit der in der Interferometrie üblicherweise gearbeitet wird, sondern ihr Wert pro Flächeneinheit, d.h. die Leistungsdichte oder Intensität I. Sie ist für den vorliegenden Fall konstanter Intensität in Abb. 3 als gestrichelte Gerade eingezeichnet. Rechnerisch erhält man I als das Betragsquadrat der elektrischen Feldstärke, was man in der Schreibweise ausdrückt (der Stern \* kennzeichnet den konjugiert komplexen Ausdruck für das Feld)

$$I = |E|^2 = E \cdot E^*.$$
(11)

Die am Detektor D ankommende Intensität wird, wie Abb. 3 ebenfalls veranschaulicht, von diesem in eine proportionale Spannung umgewandelt.

Es ist noch anzumerken, daß - anders als in Kap. 2.1 vorausgesetzt - die Quelle nicht notwendigerweise ein Laser sein muß; die obige Betrachtung und die Darstellung als eine elektromagnetische Welle gelten genauso für Licht aus einer beliebigen Lampe.

## 3 Interferenz

#### 3.1 Grundlagen der Zweistrahlinterferenz

Das Phänomen der Interferenz soll unter Benutzung der bisher abgeleiteten Beziehungen anhand Abb. 4 diskutiert werden. Dort ist der bis jetzt einfache, geradlinige Lichtweg von der Quelle zum Detektor in nun zwei Teilwege aufgeteilt worden. Der von der Quelle kommende Lichtstrahl der Intensität I0 trifft zunächst auf einen Strahlteiler (d.h. teildurchlässigen Spiegel) ST1, wo er in 2 Teilstrahlen mit jeweils halber Intensität aufgespalten wird. Beide Teilstrahlen gelangen nach 90°-Reflexion an vollreflektierenden Spiegeln (S1, S2) zu einem zweiten teildurchlässigen Spiegel (ST2), an dem für jeden der Teilstrahlen erneut ein Reflexions- und Transmissionsprozeß stattfindet. Dadurch gibt es nun insgesamt 4 verschiedene Lichtwege, die von der Quelle Q ausgehen und an einem der beiden Detektoren D1 oder D2 enden, nämlich

 $\begin{array}{l} Q \rightarrow ST1 \rightarrow S1 \rightarrow D1 \\ Q \rightarrow ST1 \rightarrow S1 \rightarrow D2 \\ Q \rightarrow ST1 \rightarrow S2 \rightarrow D1 \\ Q \rightarrow ST1 \rightarrow S2 \rightarrow D2 \end{array}$ 

Bei Annahme einer Strahlteilung jeweils im Verhältnis 50/50 gelangen so 2x25%=50% der Intensität I<sub>0</sub> der Quelle an D1 und 2x25%=50%, also genauso viel, an D2. Dies jedenfalls scheint nach der ersten Überlegung klar zu sein.

Tatsächlich hängt jedoch die von D1 registrierte Intensität von der Phasenlage der beiden dort zusammenkommenden Teilwellen ab: Treffen beide an D1 genau gleichphasig ein, so addieren sie sich zu einer maximalen Amplitude und geben somit den größtmöglichen Wert der Intensität. Sind aber ihre Wege um genau eine halbe Wellenlänge unterschiedlich, so schwingen die Felder gegenphasig und neutralisieren sich somit: D1 registriert dann überhaupt keine Intensität. In beiden Fällen tritt an D2 die jeweils komplementäre Intensität auf, und bei allen denkbaren Zwischensituationen ebenfalls.



Formelmäßig läßt sich die über den "oberen" Weg an D1 gelangende Feldstärke mit den Bezeichnungen  $E_0$ =Feldstärke der Quelle (wobei  $|E_0| = \sqrt{l_0}$ , r=Feldreflexionsfaktor und t=Feldtransmissionsfaktor der Strahlteiler) schreiben als

$$\mathsf{E}_{1\alpha} = \mathsf{r} \cdot \mathsf{e}^{\mathsf{j}\phi_{\alpha}} \cdot \mathsf{t} \cdot \mathsf{E}_{0}. \tag{12}$$

Entsprechend gilt für die über den unteren Weg "gekommene" Feldstärke

$$E_{1b} = t \cdot e^{i\phi_{b}} \cdot r \cdot E_{0}$$
(13)

In die Gleichungen (12) und (13) gehen über die Phasen  $\phi_a$  bzw.  $\phi_b$  die Längen der beiden Teilwege ein. Den Detektor erreicht eine Feldstärke, die sich aus (12) und (13) additiv zusammensetzt zu

$$\mathsf{E}_{1} = \mathsf{E}_{1a} + \mathsf{E}_{1b} = \mathsf{r} \cdot \mathsf{t} \cdot \mathsf{E}_{0} \cdot \left( \mathsf{e}^{i\phi_{a}} + \mathsf{e}^{i\phi_{b}} \right). \tag{14}$$

Damit ergibt sich nach (11) für die Intensität an D1

$$I_{1} = \left|E_{1}\right|^{2} = \left|r\right|^{2} \cdot \left|t\right|^{2} \cdot \left|E_{0}\right|^{2} \cdot \left[e^{i\phi_{\alpha}} + e^{i\phi_{b}}\right] \cdot \left[e^{-i\phi_{\alpha}} + e^{-i\phi_{b}}\right].$$
(15)

Nach weiterer Umformung und unter Beachtung der Zusammenhänge  $|E_0|^2=I_0$  sowie  $|r|^2=|t|^2=1/2$  (für den angenommenen Fall von 50%-Strahlteilern) erhält man mit der Abkürzung

$$\Delta \phi = \phi_{a} - \phi_{b} \tag{16}$$

$$I_{1} = \frac{I_{0}}{2} \cdot (1 + \cos \Delta \phi) = I_{0} \cdot \cos^{2} \frac{\Delta \phi}{2}.$$
 (17a)

Für die von D2 beobachtete Intensität ergibt sich aus Gründen der Energieerhaltung der komplementäre Betrag, also

$$I_2 = \frac{I_0}{2} \cdot (1 - \cos \Delta \phi) = I_0 \cdot \sin^2 \frac{\Delta \phi}{2} .$$
 (17b)

Die Beziehungen (17) sind als die typischen Kennlinien von Zweistrahlinterferometern in Abb. 5 dargestellt. Man bezeichnet eine solche Kennlinie auch als Interferenzfunktion.



Man erkennt, daß im Fall absoluter Symmetrie der Anordnung (also für  $\Delta\phi=0$ ) die volle Intensität der Quelle I<sub>0</sub> als I<sub>1</sub> an D1 beobachtet wird, während D2 gleichzeitig dunkel bleibt (I<sub>2</sub>=0). Bei Vergrößerung der Weg- und damit Phasendifferenz (  $|\Delta\phi| > 0$  ) nimmt die Intensität I<sub>1</sub> auf Null ab, während gleichzeitig I<sub>2</sub> maximal wird. Eine weitere Vergrößerung der Wegdifferenz bewirkt aufgrund des Kosinuscharakters der Kurve einen erneuten Anstieg von I<sub>1</sub> (Abfall von I<sub>2</sub>), der sich für noch größere Wegdifferenzen periodisch wiederholt.

#### 3.2 Interferenzstreifen und Interferenzringe

Bei allen Betrachtungen wurde bis hierhin stillschweigend vorausgesetzt, daß die beiden an den Detektoren überlagerten Teilstrahlen ideal koaxial ausgerichtet sind, was bedeutet, daß ihre Phasenfronten genau parallel verlaufen. Zum Begriff Phasenfronten siehe Abb. 1 und Abb. 6a, die die Sicht von oben auf die aus der Quelle austretende Lichtwelle darstellen soll. Dort ist durch quer verlaufende Striche der Verlauf der Phasenfronten dargestellt.

Nur im Idealfall exakt koaxialen Verlaufs beider Lichtwellen wird die angenommene Interferenz an jeder Stelle der Detektorfläche jeweils unter einem gleichen Wert der Differenzphase und damit mit gleicher Intensität erfolgen. (Letzteres setzt zusätzlich noch eine laterale Feldverteilung in Form einer ebenen Welle voraus, was hier nur erwähnt, aber nicht weiter vertieft werden soll.)

Die beschriebene Idealjustage ist unter praktischen Bedingungen nicht immer zu erreichen; vielfach wird sie sogar bewußt vermieden. In diesem Fall besteht zwischen den Phasenfronten also ein Neigungswinkel, wie in Abb. 6b und Abb. 6c gezeigt.

Dies hat zur Konsequenz, daß nun nicht mehr auf der ganzen Detektorfläche (Abb. 6b) bzw. Fläche eines Beobachtungsschirms (Abb. 6c) eine einheitliche Intensität vorliegt. Da sich nun die durch Geraden dargestellten Wellenberge bzw. -täler nur noch an diskreten Linien überlagern, ergeben sich nur noch dort Intensitätsmaxima oder -minima. Sie sind in Abb. 6d als horizontal verlaufende Balken gekennzeichnet. Man bezeichnet die auf diese Art entstandene Intensitätsverteilung als









Interferenzstreifensystem. Der Abstand der Streifen - er entspricht einer Phasendifferenz von  $2\pi$  - verkleinert sich mit zunehmenem Verkippungswinkel. Der oben beschriebene Fall paralleler Phasenfronten stellt also den Grenzfall unendlichen Streifenabstands dar. Bei einer Änderung der Phasendifferenz  $\Delta \phi$  "laufen" die Interferenzstreifen durch das Beobachtungsfeld.

Die Abb. 7 zeigt Interferenzstreifen, die mit dem Zweistrahl-Interferometer in Michelson-Anordnung (s. Kap. 4.1) erzeugt wurden; zur Aufzeichnung wurde die CCD-Kamera 260 SW (Best.-Nr. 43 0060) und das Bildverarbeitungssystem Vision2 (Best.-Nr. 43 0100) verwendet. In Abb. 8 ist dieses Streifensystem als Intensitätsdiagramm dargestellt; es wurde mit der 3-dimensionalen Profilfunktion des Bildverarbeitungssystems Vision2 erzeugt.

Bei Interferenzexperimenten - speziell bei Verwendung von Laserlichtquellen - hat man es mit einer longitudina-



len und radialen Abhängigkeit des Feldes zu tun, die sich darin äußert, daß die Phasenfronten Ausschnitte von Kugelflächen darstellen anstelle der angenommenen ebenen Charakteristik (sog. sphärische Wellen). Das Entstehen der sphärischen Phasenfronten ist schematisch in Abb. 9a angedeutet, wo die Lichtausbreitung aus einem mit einer Linse erzeugten Brennpunkt heraus dargestellt ist. Es ist einsichtig, daß bei Überlagerung eines solchen Wellenfrontensystems mit einer ebenen Wellenfront ein Interferenzsystem gleicher geometrischer Charakteristik, d.h. mit Kreissymmetrie, entstehen muß. Dies ist in den Abb. 9b und 9c dargestellt. Wegen der Kreisform bezeichnet man die resultierenden Interferenzstreifen auch als Interferenzringe (der allgemeinste Begriff wäre Interferogramm).

In der Regel hat man es nicht mit dem dargestellten Sonderfall, sondern mit zwei sphärischen Wellen zu tun. Man erkennt anhand Abb. 9b leicht, daß auch in diesem Fall ein Interferenzringsystem entstehen muß, wenn die Krümmungsradien beider Wellenfronten verschieden sind. (Da beide überlagerten Wellen im Interferometer eine unterschiedliche Geometrie durchlaufen haben, ist dieser Fall zunächst auch der Standardfall.) Eine gewünschte Form des Interferenzringsystems ist über den Grad der Konvergenz bzw. Divergenz beider Teilwellen mittels optischer Elemente einstellbar.

Die Abb. 10 zeigt Interferenzringe, die mit dem Zweistrahl-Interferometer in Michelson-Anordnung (s. Kap. 4.1) erzeugt wurden, Abb. 11 das daraus abgeleitete Intensitätsdiagramm (zur Aufnahmetechnik siehe Text zu Abb. 7 und 8). Im Intensitätsdiagramm sind die Spitzenintensitäten beschnitten worden, um die Darstellung übersichtlich zu halten.

## ĻİŅŎŸ





Im allgemeinsten Fall liegt zusätzlich eine Verkippung der beiden Strahlachsen vor, der noch eine seitliche Ablage überlagert sein kann. In diesem Fall würde man einen exzentrischen Ausschnitt aus dem System von Interferenzringen beobachten. Mit einigem Gespür für das Problem und mit geeigneten Winkelstellelementen läßt sich jedoch hier leicht eine gewünschte Form einstellen.

#### 3.3 Interferenz mit monochromatischem und mit breitbandigem Licht

Bis hierhin wurde davon ausgegangen, daß an der Interferenz Licht einer einzigen Wellenlänge  $\lambda_0$  beteiligt ist, sog. monochromatisches Licht (was nur bei spektral einmodigen Lasern annähernd erfüllt ist). In diesem Fall sind ausgeprägte Interferenzen auch für beliebig große Werte von  $\Delta \phi$  noch beobachtbar.

Das ändert sich, wenn Licht einer breitbandig emittierenden Lichtquelle verwendet wird (Extremfall: "Weißlicht"). Die Differenzphase (16) ist wegen (8) wellenlängenabhängig

$$\Delta \phi = 2\pi \cdot \frac{n}{\lambda_0} \cdot \left( z_a - z_b \right) = 2\pi \cdot \frac{n}{\lambda_0} \cdot \Delta z ; \qquad (18)$$

dadurch ergeben sich für eine feste Wegdifferenz Az unterschiedliche Phasendifferenzen Ao in Abhängigkeit von der jeweiligen Wellenlänge  $\lambda_0$ . Abb. 12 zeigt dies beispielhaft für drei Wellenlängen. Deren Interferenzfunktionen erscheinen auf dem Schirm mit unterschiedlichen Streifenabständen. Nur für den Symmetriepunkt, wo  $\Delta z=0$  und damit  $\Delta \phi=0$  gilt unabhängig von  $\lambda_0$ , entsteht für alle drei  $\lambda_0$  ein Intensitätsmaximum und damit ein weißes Interferenzmaximum. Bei zunehmendem Δz verlieren die Interferenzfunktionen für die einzelnen Spektralanteile ihren Synchronismus: dadurch erscheint das Streifensystem in seine Spektralanteile zerlegt. Für große Werte von  $\Delta z$  strebt die Intensität einem konstanten Wert zu, und die typische interferometrische Durchmodulation verschwindet: Die Interferenzfähigkeit des Lichts nimmt ab.

Eine identische Situation ist zu beobachten, wenn die Auswertung nicht über Interferenzstreifen erfolgt, sondern bei ideal parallelem Strahlverlauf (und folglich homogener lateraler Intensitätsverteilung, wie in Kap. 3.1 angenommen) mit einem Detektor die Gesamtintensität gemessen wird, also gleichzeitig alle Wellenlängenanteile. Abb. 13 zeigt, wie auch hier mit zunehmender Wegdifferenz ein Verlust an Interferenzfähigkeit auftritt, bedingt durch die zwischen den verschiedenen Spektralanteilen entstehenden unterschiedlichen Phasendifferenzen (Abb. 13a).

Der Wert von  $\Delta z$ , für den der Modulationsanteil der Interferenzfunktion (das Interferogramm) auf die Hälfte abgesunken ist - man spricht auch von der Abnahme des





Kontrastes der Interferenzfunktion oder der Streifensichtbarkeit - , wird als Kohärenzlänge  $I_c$  der Quelle bezeichnet (Abb. 13b). Das Absinken erfolgt also um so schneller, je geringer die Kohärenzlänge oder, gleichbedeutend damit, je breiter das Spektrum der Lichtquelle ist. Sollen große Weglängendifferenzen  $\Delta z$  gemessen werden, so ist deshalb eine Lichtquelle mit großer Kohärenzlänge, typischerweise ein Einmodenlaser, erforderlich. In manchen Fällen möchte man umgekehrt bewußt die Interferenzfähigkeit auf kleine Wegdifferenzen  $\Delta z$  beschränken und wählt deshalb Lichtquellen geringer Kohärenz. Man spricht in diesem Fall von Weißlichtinterferometrie.

Umgekehrt stellt ein Zweistrahlinterferometer, wird es in einer Anordnung mit genau bekannten Verschiebewegen eingesetzt, ein hochempfindliches Meßgerät zur Charakterisierung der Spektraleigenschaften einer unbekannten Quelle dar. Dies ist der Grundgedanke der sog. Fourier-Transformations-Spektroskopie.



## 4 Interferometer

#### 4.1 Vom Mach-Zehnder- zum Michelson-Interferometer

In Kap. 3.1 war das Phänomen der Interferenz an einer Anordnung grundsätzlich diskutiert worden, die als Mach-Zehnder-Interferometer bezeichnet wird. Diese Anordnung zeichnet sich durch eine hohe Symmetrie aus, d.h. beide Strahlwege sind nahezu gleich ( $\Delta z \rightarrow 0$ ); dadurch spielen die im vorigen Abschnitt besprochenen Phänomene im Zusammenhang mit breitbandigen Quellen kaum eine Rolle. Große Werte von  $\Delta z$  können mit dem Mach-Zehnder-Interferometer nicht realisiert werden.

Häufig möchte man jedoch bewußt große Wegdifferenzen  $\Delta z$  einstellen können. Für diesen Fall eignet sich die Interferometeranordnung nach Michelson (Abb. 14). Hier werden die beiden Teilstrahlen dadurch zur Interferenz gebracht, daß sie an zwei vollreflektierenden Spiegeln in ihrer Einfallsrichtung reflektiert und dann an der gleichen Stelle des Strahlteilers wieder überlagert werden, wo sie ursprünglich getrennt wurden. Dadurch durchläuft jeder der beiden Lichtstrahlen zweimal die Länge ( $z_a$ ,  $z_b$ ) seines Teilarms, so daß für ihre Phasen gilt

$$\phi_{\alpha} = 2 \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{\lambda_{0}} \cdot z_{\alpha}, \qquad (19a)$$

$$\phi_{\rm b} = 2 \cdot 2\pi \cdot \frac{{\sf n}}{\lambda_0} \cdot {\sf z}_{\rm b}, \tag{19b}$$

und für die Differenzphase

$$\Delta \phi = 2 \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{\lambda_0} \cdot \left( z_a - z_b \right). \tag{20}$$

Somit resultiert beim Michelson-Interferometer aus der Änderung der Weglänge in einem Teilarm die doppelte Phasendifferenz wie beim Mach-Zehnder-Interferometer. Dem Vorteil der Einstellbarkeit großer Weglängendifferenzen steht beim Michelson-Interferometer der Nachteil gegenüber, daß einer der bei der Interferenz entstehenden Ausgangsstrahlen in die Quelle zurückläuft. Er steht damit zur Auswertung mit seiner Lichtleistung nicht zur Verfügung, und außerdem - und das ist gravierender kann er durch Rückwirkung auf die Quelle deren Abstrahlverhalten unerwünscht beeinflussen.

Mach-Zehnder- und Michelson-Interferometer sind in Abb. 15 nochmals gegenübergestellt, jetzt mit einer Darstellung der Interferenzringsysteme. Die Abb. 4 und 14 sind dort um eine Abbildungslinse ergänzt, die benötigt wird, um die Interferenzringe in die Ebene des Schirms zu projizieren.

# ĻĮŅŎŸ



## 4.2 Vom Michelson- zum man- reen-Interferometer

Bei den bisher besprochenen Interferometeranordnungen war das Ziel die Umsetzung einer longitudinalen Weginformation ( $\Delta z$ ) in eine meßbare Intensitätsänderung I( $\Delta z$ ). Die Entstehung einer lateralen Intensitätsmodulation in Form von Interferenzstreifen oder -ringen spielte dabei höchstens die Rolle einer Hilfsmaßnahme zur besseren Umsetzung der Meßgröße in einen beobachtbaren Effekt (an einem Streifensystem ist auch die Richtung einer Phasenänderung sofort erkennbar, anders als bei einer ideal gleichförmigen Intensitätsverteilung nach Kap. 3.1). Grundsätzlich war man aber am Wert der "mittleren" Phase interessiert.

Dies ist anders bei der nun zu besprechenden Anordnung, dem Twyman-Green-Interferometer. Dieses reagiert gerade auf die laterale Variation der Phasendifferenz; es wird wegen dieser Eigenschaft z.B. zur Prüfung der



Ebenheit optischer Flächen sowie der Abbildungseigenschaften optischer Elemente eingesetzt. Wie Abb. 16 zeigt, entsteht dieses Interferometer aus der Michelson-Anordnung durch Aufweitung und Kollimation (d.h. Parallelausrichtung) des von der Quelle kommenden Lichtstrahls. Wären beide Strahlwege ideal, d.h. befände sich kein die Phase deformierendes Medium in einem der beiden Strahlwege, so würden die beiden zur Interferenz kommenden Wellen ein ideales Streifensystem wie oben zeichnen, und das Interferometer würde lediglich auf eine Positionsänderung eines Spiegels oder beider Spiegel reagieren.

Bringt man dagegen ein Phasenobjekt in einen Teilstrahl (in Abb. 16 mit Obj bezeichnet; es möge sich zur Verdeutlichung der Funktionsweise z.B. um eine Glasplatte mit einer Stufe in der Mitte handeln), so entstehen auf dem Schirm zwei Streifensysteme. Eines befindet sich im Zentrum, das dem optischen Weg durch die dickere Mitte der Glasplatte entspricht, und eines im Außenbereich, das dem entsprechenden Außenweg entspricht; dabei ist zu beachten, daß das zu vermessende Objekt zweimal durchlaufen wird, da das Twyman-Green-Interferometer im wesentlichen ein Michelson-Interferometer ist. In der Praxis wird man mit der Anordnung keine solchen künstlichen Fehler untersuchen, sondern Abweichungen z.B. nominell ebener Flächen von ihrer Sollgeometrie. Weitere Anwendungen wären die Prüfuna der Abbildungseigenschaften von Spiegeln, Linsen und Linsensystemen. In diesen Fällen ist der Reflektor S1 durch einen sphärischen Spiegel zu ersetzen, dessen Krümmungsmittelpunkt mit dem Brennpunkt des abbildenden System zusammenfällt (konfokale Anordnung).

## 5 Anwendungsbeispiele

## 5.1 as Aufbau onzept

Der Interferometeraufbau wird auf einer Bankplatte montiert; er ist so konzipiert, daß die unterschiedlichen Interferometertypen durch einfache Umbauten realisiert werden können. Abb. 17 zeigt das Aufbauschema mit allen Komponenten. Zur Realisierung der einzelnen Interferometertypen sind jeweils einzelne Komponenten zu entfernen bzw. einfache Umbauten vorzunehmen.

Der Bausatz enthält keine Lichtquelle; diese ist vom Anwender beizustellen. Empfohlen wird der zur Mikrobank kompatible HeNe-Einbau- und Richtlaser 30-1. Dieser Laser ist zusammen mit einer Umlenk- und einer Aufweitungsoptik im Laserset 30-1 (Best.Nr. 06 4015) enthalten.

Es wird ausdrücklich auf die Einhaltung der Laser-Sicherheitsvorschriften hingewiesen. (HeNe-Laser mit Ausgangsleistungen > 1 mW entsprechen der Laserschutzklasse 3 B nach IEC 825.)





## 5.2 Grundversuche mit dem Michelson-Interferometeraufbau

#### 5.2.1 Erste Einstellungen

Der Umbau der Basisanordnung nach Abb. 17 zum Michelson-Interferometer ist in Abb. 18 dargestellt (dünn gezeichnete Komponenten werden hier nicht benötigt). Es empfiehlt sich, zunächst das Zustandekommen der Interferenzstreifen bzw. -ringe mittels der Spiegel S1´ und S2´ zu studieren.

Im ersten Schritt wird der Strahlweg nur für den in Abb. 18 horizontal verlaufenden Strahl optimiert; dazu wird der einstellbare Spiegel S2' durch Dazwischenhalten von schwarzer Pappe blockiert und dann der zentrale Strahlteiler ST1 im Winkel so eingestellt, daß der reflektierte Strahl genau die Mitte von S2 trifft. Dazu ist an der Eintrittsöffnung von S2 die mitgelieferte weiße Lochblende aufzustecken. Nach erfolgter Einstellung die Lochblende wieder von S2 entfernen und an der Eintrittsöffnung des Blocks ST2 rechts vorne aufstecken. Jetzt S2 auf mittiges Auftreffen des Lichtstrahls auf die Lochblende justieren. Nun wird der zweite Strahlweg entsprechend unterbrochen, die Lochblende wieder an ihre erste Position (Eintritt von S2) gebracht und der Strahl mittels S2' zentriert. Erst jetzt werden beide Strahlen überlagert, und das entstehende Interferenzstreifensystem wird optimiert. Dabei wird mit dem einstellbaren Spiegel S2' gearbeitet. Der Einfluß einer Phasenverschiebung läßt sich nun durch koaxiale Verschiebung des Spiegels S1' mit der Meßschraube demonstrieren. Hier kann nun der Einfluß der Plankonvexlinse L1 studiert werden: Ohne L1 sind beide Teilstrahlen beim Durchlaufen des Interferometers kollimiert (d.h. näherungsweise ebene Wellen); dann ergibt sich ein Interferenzstreifensystem. Durch den Einfluß von L1 werden beide zu sphärischen Wellen, was zur Ausbildung eines Interferenzringsystems führt.



06 4010 058 Experimentieranleitung Zweistrahl-Interferometer



Die Abbildungslinse L2 für die Darstellung des Streifensystems kann auch an die Austrittsöffnung der Halterung von S2 montiert werden. Dann läßt sich der Abbildungsschirm zwischen S2 und ST2 positionieren, und das Streifen- bzw. Ringsystem erscheint mit doppelter Helligkeit.

Die Grundjustage kann auch so durchgeführt werden, daß die Lochblende auf die Eintrittsöffnung von ST1 aufgesteckt wird. Dann erscheinen auf dem Interferenzschirm zwei kleine Punkte als Bilder der Blendenöffnung. Diese sind durch Justage der optischen Elemente zu zentrieren und zur Deckung zu bringen. Die Feinjustage des Interferometers ist wie oben fortzusetzen.

### 5.2.2 Interferometrische Messung der thermischen Dehnung eines Probekörpers

Der Versuchsaufbau enthält einen Stahlstab ( $\emptyset$  10 mm x 80 mm), der für einen Versuch zur Wärmedehnung präpariert ist. Dieser Probekörper wird in die ebenfalls mitgelieferte zugehörige Reduzierfassung eingesetzt, auf seiner Vorderseite wird der Spiegel  $\phi$ =10mm aufgeklebt (doppelseitiges Klebeband oder Alleskleber verwenden), und die Fassung wird dann in den Meßaufbau (S1') eingebaut. Der Stahlstab enthält Bohrungen zur Aufnahme von Laborsteckern mit  $\emptyset$  4 mm. Damit ist ein Anschluß an eine Leistungsstromquelle möglich. Mit dem durchfließenden Strom läßt sich der Stahlstab erwärmen und damit die interferometrisch zu vermessende Längenänderung herbeiführen.

#### 5.3 Mach-Zehnder-Interferometer

#### 5.3.1 Umbau zum Mach-Zehnder-Interferometer

Der Aufbau des Interferometers in der Mach-Zehnder-Anordnung ist in Abb. 19 dargestellt. Man erkennt, daß der Strahlweg zwischen S2 und ST2 anders als die drei anderen Strahlarme nicht durch Aufbaustangen verbunden, sondern offengelassen ist. Dadurch besteht die Möglichkeit, leicht ein Meßobjekt in diesen Strahlweg einzubringen.

Die Justage erfolgt hier wiederum zunächst, indem ein Teilstrahl unterbrochen wird. Zweckmäßigerweise wird zunächst der Strahlweg ST1 - S1 - ST2 justiert. (Auch hier ist bei jedem der folgenden Justierschritte die Lochblende zu benutzen.) Die Höheneinstellung wird mittels der Montagehöhe der Lichtquelle vorgenommen. Die Grobeinstellung der Seitenrichtung erfolgt ebenfalls über die Montage der Quelle; die Seitenfeineinstellung wird über S1 und ST2 vorgenommen. Der Strahl sollte möglichst mittig auf die Eintrittsöffnung von ST2 treffen.

Dann wird der zweite Teilstrahl justiert (ST1 - S2 - ST2); dabei ist ST1 zunächst so einzustellen, daß S2 mittig getroffen wird, und schließlich ist noch S2 auf mittiges Auftreffen des Strahls auf ST2 zu justieren.



Erst jetzt werden beide Teilstrahlen gleichzeitig auf ST2 gelenkt; dabei sollten sich schon Interferenzstreifen zeigen (in der Regel mit zunächst sehr kleinem Streifenabstand, nicht übersehen!). Eine Optimierung der Streifen erfolgt wegen der besten Einstellmöglichkeit am zweckmäßigsten mittels ST1.

Wegen der Symmetrie des Aufbaus und des aufgeweiteten Strahls entsteht hier kein Ring-, sondern ein Streifensystem. Auch hier kann die Vorjustage mit der Lochblende am Eintritt von ST1 vorgenommen werden, entsprechend der Beschreibung in Kap. 5.2.1

In der Anordnung nach Mach-Zehnder ist das Interferometer geeignet, z.B.

- Pr
  üfungen der Homogenit
  ät von Glasplatten durchzuf
  ühren,
- die Auswirkungen einer Temperaturänderung an einem transparenten Objekt zu studieren,
- die Änderung des Brechungsindex eines Gases in Abhängigkeit vom Druck zu ermitteln.

#### 5.3.2 Brechungsindexmessung mit dem Mach-Zehnder-Interferometer

Ein geeigneter Aufbau für die letztgenannte Aufgabenstellung ist in Abb. 20 schematisch dargestellt. Hier befindet sich im Meßweg eine Gasküvette, die über zwei Leitungen einerseits mit einem Hg-Manometer und andererseits mit Vakuumpumpe und Puffertank zur Belüftung verbunden ist. Mit dieser Anordnung ist es möglich, die Abhängigkeit der Brechzahl der Luft von ihrem Druck, also  $n_L(p)$  zu messen, unter gleichzeitiger Berücksichtigung des Einflusses der Temperatur.

Es soll nochmals betont werden, daß es bei Messungen mit dem Mach-Zehnder-Interferometer aufgrund der hohen Symmetrie relativ leicht möglich ist, mit Lichtquellen geringer Kohärenzlänge zu arbeiten (z.B. Glühlampen



mit Linienfilter, Spektrallampen, LED's). Hier wird nicht unbedingt ein Laser benötigt. Allerdings sind dann die Anforderungen an die Justage höher, und die Bildhelligkeit ist geringer.

## 5.4 Prüfung von Glasplatten mit dem Twyman-Green-Interferometer

Die Anwendung des Michelson-Interferometers im Twyman-Green-Aufbau zur Prüfung von Wellenfronten wurde bereits in Kap. 4.2 beschrieben. Sie soll hier nur der Vollständigkeit halber nochmals erwähnt, aber nicht weiter vertieft werden. Speziell bei dieser Anwendung empfiehlt sich der Einsatz einer CCD-Kamera, ggfs. gekoppelt mit einer digitalen Bildauswertung. In der Literatur gibt es ausführliche Darstellungen der Auswertung von Interferogrammen zur Analyse der Abbildungsfehler von Linsen, Linsenanordnungen und Spiegeln.

## 6 Literaturverzeichnis

 Bergmann-Schäfer (Hrsg. A. Gobrecht): Experimentalphysik, Band III Optik Walter de Gruyter-Verlag, Berlin 1993

- 2. Born,M., Wolf,E.: Principles of Optics Pergamon Press, Oxford
- 3. Schröder, G.: Technische Optik Vogel-Verlag, Würzburg, 1990
- Naumann,H., Schröder,G.: Bauelemente der Optik Hanser-Verlag, München 1987
- VDI-Bericht 749: "Laserinterferometrie in der industriellen Meßtechnik" VDI-Verlag, Düsseldorf 1989
- VDI-Bericht 548: "Laserinterferometrie in der Längenmeßtechnik" VDI-Verlag, Düsseldorf 1985
- Juckenack, D. (Hrsg.): Handbuch der Sensortechnik - Messen mechanischer Größen. Verlag moderne industrie, Landsberg/Lech 1990
- Bimberg, D. u. Koautoren: Laser in Industrie und Technik expert-Verlag, Ehningen 1985





## 7 Baugruppen- und Gesamtabbildungen Zweistrahl-Interferometer

## 7.1 Baugruppen Zweistrahl-Interferometer



## 7.2 Abbildung Zweistrahl-Interferometer









# ĻĮŅŎŸ

## 8 Einzelteile

	Bezeichnung	Sachnr.	Anz.
	Aufnahmeplatte 35 Aufnahmeplatte 30	06 1047 06 1042	1
	Aufnahmeplatte 25	06 1010	
	Aufnahmeplatte 25 mit Befestigungsbohrungen	06 1041	2
	Stangenhalter F	06 1227	4
	Stangenhalter G	06 1229	
	Stangenhalter	06 1228	
	Würfel 30	06 1081	1
O Pol	Würfel 25	06 1080	
<u>S</u>	Umlenkwürfel	06 1084	3
$\square$	Stange 75	06 1209	8
	Stange 150	06 1210	2
	Plankonvexlinse f=15 mm Plankonvexlinse f=150 mm	06 3039 06 3048	1 1
	Planspiegel Ø25,4 $\lambda$ /2 Planspiegel Ø10 $\lambda$ /4	34 0085 34 0081	1 1
	Reduzierring 30/25	06 1602	2
	Prismenträger	06 5085	1
	Spiegelhalter	03 6098	1

	Bezeichnung	Sachnr.	Anz
	Planspiegel Ø25 $\lambda$ /2, gefaßt	06 4010 901	1
$\bigcirc$	Fassung OL 25,4	06 3663	1
	Druckfeder 60x8x0,7	06 1 1 59	2
de E	Meßschraube G10	06 1162	1
	Reduzierring 10	06 4010 031	1
Cal Da	Probestab	06 4010 030	1
	Strahlteilerwürfel 20x20x20	33 5520	1
	Strahlteilerplatte 20x30x2,5 Planspiegel 20x30x2,5	34 4143 34 0060	1 2
<b>S</b>	Stellring 30	06 5092	4
600	Halter für Meßschraube G10	06 1160	1
	Plattenhalter	03 6028	1
	Abschlußscheibe 30/25	06 1601	1
	Montageplatte 460x300	06 1313	1
	Montagematerial		
	Werkzeug		
	Experimentieranleitung	06 4010 058	1